

基于改进粒子群算法的冗余机械臂逆运动学求解

方 波, 高立新, 黄 练

(广东机电职业技术学院, 广州 510515)

摘要: 为构造最小位姿误差及最优适应值的目标函数, 对标准粒子群算法进行优化改进, 以解决冗余机械臂逆运动学求解问题, 从 4 个方面对标准粒子群算法进行改进, 包括种群初始化、惯性权重参数调整、差分变异及局部深度搜索等, 形成的改进粒子群算法 (IPSO2) 具备粒子群进化及差分变异进化两种性质。使用 IPSO2、IPSO1、PSOTD、PSOd 及传统 PSO 进行冗余机械臂逆运动学求解, 通过 Matlab 仿真实验可知, IPSO2 算法相较于其他算法, 其最优、最差及平均适应值、标准差、最优解成功率更加出色, 模拟曲线收敛精度更佳, 收敛速度更快。为了验证 IPSO2 算法的实用性及鲁棒性, 将其用于 PUMA 型机器人的逆运动学求解, 试验结果表明, 最优适应值精度可维持在 10^{-15} 数量级, 说明 IPSO2 算法在冗余机械臂逆运动学求解中具有实用性, 可为相关研究提供参考。

关键词: 位姿误差; 局部深度搜索; 改进粒子群算法; 收敛精度

中图分类号: TP241; TP18 文献标志码: A 文章编号: 1674-8646(2024)06-0034-05

Inverse Kinematics of Redundant Manipulator Based on Improved Particle Swarm Algorithm

Fang Bo, Gao Lixin, Huang Lian

(Guangdong Mechanical & Electrical Polytechnic, Guangzhou 510515, China)

Abstract: In order to construct the objective function of minimum pose error and optimal fitness, the study improves the standard particle swarm to solve the inverse kinematics problem of redundant manipulator. The study reforms standard particle swarm optimization from 4 aspects: population initialization, inertia weight parameter adjustment, difference variation and local depth search, etc. Improved particle swarm optimization (IPSO2) has two properties: particle swarm evolution and differential variation evolution. The study conducts IPSO2, IPSO1, PSOTD, PSOd and traditional PSO to solve the inverse kinematics of the redundant manipulator. Matlab simulation experiment shows that compared with other algorithms, IPSO2 algorithm has better optimal, worst and average fit value, standard deviation and success rate of optimal solution, better convergence accuracy of simulation curve and faster convergence speed. In order to verify the practicability and robustness of IPSO2 algorithm, it is used to solve the inverse kinematics of PUMA robot. The experimental results show that the accuracy of the optimal adaptive value can be maintained in the order of 10^{-15} , which indicates that the IPSO2 algorithm is practical in solving the inverse kinematics of the redundant robot arm, and can provide reference for related research.

Key words: Pose error; Local depth research; Improved particle swarm algorithm; Convergence accuracy

0 引言

随着工业自动化时代的开启, 智能工业机器人在生产制造领域中发挥的作用越来越大。使用智能工业机器人需保证控制的精准性及稳定性, 本研究设计的机械臂为 7 自由度冗余机械臂, 相较于 6 自由度机械臂, 冗余机械臂与人体手臂的形状更为接近, 具备避障、奇异位形回避及优化关节力矩等性能^[1-3]。但冗余机械臂具备 7 自由度, 对其进行逆运动学求解时, 由于关节角数量过多导致求解过程更加复杂, 目前能进行逆运动学问题求解的方法主要有数值法、解析法及

智能优化算法^[4-6]。解析法主要通过几何形式或代数形式对机械臂的关节角进行直接求解, 但该方法主要应用于满足于 Pieper 准则的机械臂结构中^[7-8], 不适用于本次逆运动学求解。数值法通过雅可比矩阵、梯度投影法等方法进行求解, 通过不断求导形式对机械臂进行逆运动学求解, 用于自由度数较少的机械臂求解过程中^[9-11]。针对数值法与解析法对冗余机械臂逆运动学求解误差较大的问题, 研究人员利用智能优化算法对冗余机械臂进行逆运动学求解, 将机械臂的运动学问题转换成寻求最优解问题, 提高寻求最优解的精度^[12-13]。目前主要的智能化算法有鲸鱼算法、蜂群-BP 算法、粒子群算法及麻雀算法等。相较于其他求解方式, 算法结构简单, 求解过程更快, 求解精确性更高^[14-15]。

收稿日期: 2023-12-02

作者简介: 方 波(1978-), 男, 硕士研究生, 高级工程师。研

究方向: 嵌入式系统设计。

本研究从4个方面对标准粒子群算法进行改进,包括种群初始化、惯性权重参数调整、差分变异及局部深度搜索等,形成的改进粒子群算法(IPSO2)具备粒子群进化及差分变异进化两种性质。使用该算法对7自由度冗余机械臂进行逆运动学求解,使用Matlab软件进行仿真分析,对比改进粒子群算法与其他算法的计算精度,为相关研究提供参考。

1 运动学方程与目标函数

1.1 正运动学模型

研究对象为7自由度冗余机械臂,根据该冗余机械臂建立的连杆坐标系如图1所示:

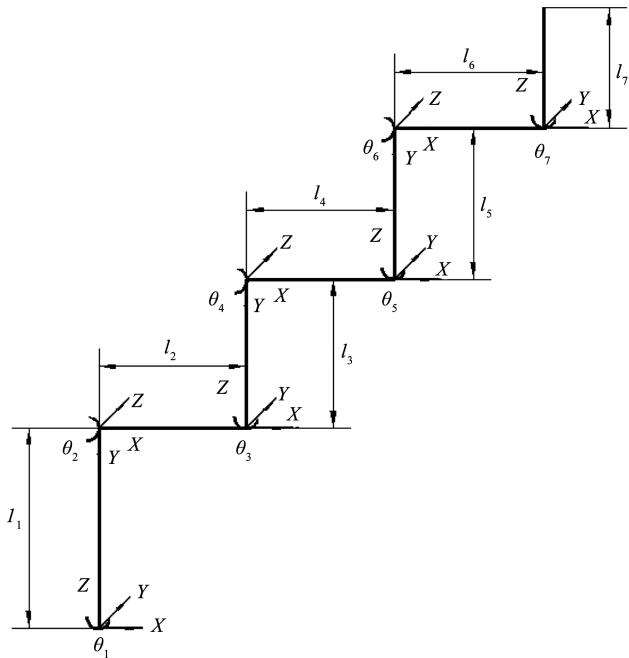


图1 7-DOF 机械臂运动

Fig. 1 7-DOF mechanical arm movement

设计的7自由度冗余机械臂具备的自由度包括3个自由度肩位置、1个自由度肘关节及3个自由度腕关节。建立参数表,其中 a_i/mm 表示机械臂的连杆长度, α_i/rad 表示机械臂连杆转角度数, d_i/mm 表示连杆偏距距离, θ_i/rad 表示机械臂关节角活动范围,具体参数如表1所示。

表1 7-DOF 机械臂运动参数

Tab. 1 7-DOF manipulator motion parameters

编号	$\theta_i/\text{°}$	a_i/mm	α_i/rad	d_i/mm
1	θ_1	0	0	d_1
2	θ_2	0	$\pi/2$	0
3	θ_3	d_2	0	0
4	θ_4	d_3	0	0
5	θ_5	0	0	d_4
6	θ_6	0	0	0
7	θ_7	0	50	0

通过上述D-H参数,利用欧拉角法对坐标轴进行转换矩阵,对坐标轴进行旋转,使坐标轴旋转前后呈正交状态。冗余机械臂关节角与连杆间的变化矩阵计

算公式为:

$$T_i^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, T_i^{-1} —冗余机械臂从坐标系*i*到坐标系*i-1*的转换矩阵。

将式(1)得出的转换矩阵变换成齐次转换矩阵:

$$T_7^0 = \prod_{i=1}^7 T_i^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,(p_x, p_y, p_z)—冗余机械臂末端关节质心在基座坐标系的实际位置。

1.2 适度函数的建立

将机械臂末端执行器实际位置与设定位置之间的位姿误差及收敛精度作为优化目标,完成机械臂的逆运动学求解^[11-12]。将冗余机械臂需要到达的位置设定为 $P^* = [P_x^* \ P_y^* \ P_z^*]^T$,而冗余机械臂实际到达的位置为 $P = [P_x \ P_y \ P_z]^T$,故逆运动学问题构造的优化函数为:

$$\begin{aligned} f(\theta) = \min(\lambda |p_x^* - p_x| + |p_y^* - p_y|) + \\ (|n_x^* - n_x| + |n_y^* - n_y| + |o_x^* - o_x| + |o_y^* - o_y|) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $f(\theta)$ —当逆解值为 θ 时冗余机械臂各个关节的目标适应值。 λ —调节因子,主要用于位置误差及位姿误差的平衡。 $\min(\cdot)$ —最小逆解值函数。

2 粒子群优化算法及逆运动学求解

2.1 标准粒子群算法

粒子群算法主要通过观察鸟类捕食过程而制成,并将群鸟的捕食过程设计成优化算法。主要过程为使用探寻粒子进入到某区域发现目标后,通过信息传递换来更多的粒子对该区域进行搜索,最终经过迭代完成该区域的最优解搜索,搜索过程中主要考虑粒子的速度及位置变化关系,计算式为:

$$V_{ij}(t+1) = \omega V_{ij}(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot [P_{ij}(t) - X_{ij}(t)] + c_2 \cdot r_2 \cdot [g_{ij}(t) - X_{ij}(t)] \quad (4)$$

式中, $V_{ij}(t)$ —经过迭代搜索后粒子达到的速度, ω —惯性权重, P_{ij} —经过迭代搜索后粒子到达空间最佳位置, g_{ij} —经过迭代搜索后种群到达空间最佳位置, c_1 —粒子的学习因子, c_2 —种群的学习因子, r_1 —粒子随机搜索系数,取值范围为(0,1), r_2 —种群随机搜索系数,取值范围为(0,1)。

$$X_{ij}(t+1) = V_{ij}(t+1) + X_{ij}(t) \quad (5)$$

式中, $X_{ij}(t)$ —经过迭代计算后粒子所达到的位置。

2.2 标准粒子群算法的优化改进

对标准粒子群算法进行分析及优化改进,主要包括种群初始化、惯性权重参数调节、粒子转变、粒子位置及速度、局部深度搜索等,将改进优化后的粒子群算法称为 IPSO2,相较于 IPSO1,IPSO2 算法具备的惯性权重参数调整及局部深度搜索能力更加优秀,精确度更高,更适用于冗余机械臂的逆运动学求解问题。

2.2.1 种群初始化

为增加初始分布多样性,避免种群初始化阶段出现粒子分布搜索不均匀的现象,IPSO2 算法使用混沌技术对粒子搜索速度及位置进行初始化设计:

$$\begin{cases} v_{ij} = \frac{(x_j^n + 1)[v_{\max}(j) - v_{\min}(j)]}{2} + v_{\min}(j) \\ \theta_{ij} = \frac{(y_j^n + 1)[\theta_{\max}(j) - \theta_{\min}(j)]}{2} + \theta_{\min}(j) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $v_{\max}(j)$ 、 $v_{\min}(j)$ —种群初始化后粒子的飞行速度值, $\theta_{\max}(j)$ 、 $\theta_{\min}(j)$ —种群初始化后粒子的位置值, x_j^n 、 y_j^n —种群初始化中混沌技术的变量参数。

式(6)中,混沌技术的变量参数变化函数为:

$$\begin{cases} x_j^{n+1} = \sin \frac{2}{x_j^n}, -1 \leq x_j^n \leq 1 \\ y_j^{n+1} = \sin \frac{2}{y_j^n}, -1 \leq y_j^n \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

2.2.2 粒子群算法优化

改进粒子群算法 IPSO2 对惯性权重参数进行调整,采用随机变量参数 r 使粒子在搜索中具备不同的惯性权重,增加种群粒子多样性。粒子群优化算法 IPSO 函数如下:

$$V_{ij}(t+1) = \omega_i V_{ij}(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot [P_{ij}(t) - X_{ij}(t)] + c_2 \cdot r_2 \cdot [g_{ij}(t) - X_{ij}(t)] \quad (8)$$

$$\theta_{ij}(t+1) = \theta_{ij}(t) + v_{ij}(t) \quad (9)$$

$$w_i = \exp \left[- \left(\frac{t}{t_{\max}} \right)^r \right] \quad (10)$$

式中, r —随机变量参数,取值范围 $(0, 1)$; w_i —种群初始化后粒子的惯性权重。

2.2.3 局部深度搜索优化

IPSO2 算法的局部深度搜索功能更强,采用差分变异理论减少无效空间的搜索,增强局部空间的深度搜索,其构造函数为:

$$X_i(t) \begin{cases} X_i(t) + [X_{rl}(t) - X_i(t)](1 - w_i), & rand < 0.5 \\ G_i(t) + [P_{rl}(t) - P_i(t)](1 - w_i), & rand \geq 0.5 \end{cases} \quad (11)$$

式中, $P_i(t)$ 、 $P_{rl}(t)$ —搜索粒子经过迭代后所到达的最佳位置, $G(t)$ —搜索种群经过迭代后到达的最佳位置。

式(11)对粒子与种群迭代后的位置 $X_i(t)$ 及 $G(t)$ 进行优化改进,通过引进 $[X_{rl}(t) - X_i(t)](1 - w_i)$ 及

$[P_{rl}(t) - P_i(t)](1 - w_i)$ 增加了种群多样性,使计算精度及收敛精度更好,计算更加简洁高效。

2.3 逆运动学求解过程

使用 IPSO2 算法对冗余机械臂进行逆运动学问题求解的过程步骤为:

步骤 1: 种群搜索初始化设计,对搜索范围、种群数量、迭代次数等参数进行确定。明确冗余机械臂末端执行机构的设定位置,对搜索种群采用混沌技术。明确搜索粒子的位置及飞行速度。

步骤 2: 将随机搜索系数 r 取值为 1,进行搜索模式。按照公式(8)~(10)进行粒子群搜索,确定粒子搜索的边界范围,确定搜索粒子 i 的适应值 $f(X_i)$ 。若 $f(X_i) \leq f(p_i)$,则搜索粒子 i 到达最佳位置;若 $f(X_i) \leq f(G)$,则搜索种群到达最佳位置。若 $i = m$ 则进行步骤 3,若 $i = i + 1$,则进行步骤 1。

步骤 3: 将随机搜索系数 r 取值为 1,使用差分变异方法进行搜索模式。按照公式(11)进行粒子群搜索,确定粒子搜索的边界范围,确定搜索粒子 i 的适应值 $f(X_i)$ 。若 $f(X_i) \leq f(p_i)$,则搜索粒子 i 到达最佳位置;若 $f(X_i) \leq f(G)$,则搜索种群到达最佳位置。若 $i = m$ 则进行步骤 4,若 $i = i + 1$,则进行步骤 1。

步骤 4: 达到迭代搜索次数的最大值,其逆运动学问题最优解满足设计要求即可,若无则返回步骤 2 继续搜索。

3 仿真分析

3.1 冗余机械臂逆运动求解

3.1.1 参数设定

对冗余机械臂逆运动学问题求解采用 IPSO2 算法,将最优解与传统 PSO、IPSO1、PSOTD 及 PSOD 算法进行比较。其中设计的连杆长度 a_i 取值为 1, $i = (1, 2, \dots, 7)$;冗余机械臂的关节角 θ_i 取值范围为 $[-\pi, \pi]$, $i = (1, 2, \dots, 7)$ 。群数量为 30,迭代次数为 300 次,设计的调节因子 $\lambda = 1$,粒子最快飞行速度为 $v_{\max}(j) = 0.2\theta_{\max}(j)$,最慢飞行速度为 $v_{\min}(j) = 0.2\theta_{\min}(j)$ 。

仿真实验使用的算法均在 Matlab 2018a 进行编程模拟,试验使用的电脑配置为: Intel Core i7-11800H、2.3 GHz、16 G 内存、Win10 操作系统。

3.1.2 不同算法的最优解比较

冗余机械臂末端执行器设计的理论位置位姿矩阵为:

$${}^0_7 T^* = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -0.5 & 0 & 3.5 \\ 0.5 & \sqrt{3}/2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

对 IPSO2、传统 PSO、IPSO1、PSOTD 及 PSOD 算法进行迭代搜索,对其进行迭代模拟 100 次,通过分析器模拟参数,主要包括最优、最差及平均适应值,标准差

及最优解成功率如表 2 所示。其中最优解成功率计算公式为 $\frac{\text{位姿误差为 } 0}{\text{试验总数}} \times 100\%$, 比对各种算法的收敛曲线, 观察其收敛精度, 如图 2 所示。最差逆解值时关节角的适应值见表 3, 最差逆解值时对应的位姿误差见表 4。

通过表 2 参数可知, IPSO2 算法的最优、最差及平均适应值、标准差、最优解成功率数据均优于传统 PSO、

IPSO1、PSOTD 及 PSOd 算法。在最优解成功率参数模拟中, IPSO2 达到 87%, IPSO1 达到 32%, 其余算法 0%, 因此 IPSO2 在最优解的获得中具有领先优势。IPSO2 算法除了最优适应值与 IPSO1 相差不大, 其余数据均明显优于 IPSO1 算法。由此可知, 算法性能按照优劣排序为: IPSO2、IPSO1、PSOd、PSOTD、传统 PSO 算法。根据图 2 可知, IPSO 算法的收敛精度及收敛速度明显高于其他算法。

表 2 不同算法的性能指标参数

Tab. 2 Performance index parameters of different algorithms

算法名称	最优适应值	平均适应值	最差适应值	标准差	最优解成功率/%
IPSO2	0	2.8866×10^{-17}	2.2204×10^{-16}	7.4674×10^{-17}	87
IPSO1	0	4.9286×10^{-9}	4.5440×10^{-7}	4.5195×10^{-8}	32
PSOd	1.4422×10^{-5}	4.9502×10^{-2}	1.9079×10^{-1}	1.9962×10^{-11}	0
PSOTD	1.2206×10^{-4}	8.6452×10^{-2}	2.0407×10^{-1}	4.6468×10^{-2}	0
PSO	3.3643×10^{-5}	1.6551×10^{-2}	1.4787×10^{-0}	1.4697×10^{-1}	0

表 3 不同算法逆解值对应的关节角适应值

Tab. 3 Adaptation values of joint angles corresponding to inverse solution values of different algorithms

关节角适应值	IPSO2	IPSO1	PSOd	PSOTD	PSO
θ_1/rad	0.6955795	0.6839953	1.8481367	1.3003983	-3.1415927
θ_2/rad	-0.0172714	0.2223334	3.1415927	-0.9433759	-2.3346658
θ_3/rad	0.1615909	0.3448504	1.9874944	1.1893185	-0.0605955
θ_4/rad	-0.2322076	0.3826325	0.1975457	-0.8426279	0.0444935
θ_5/rad	1.3755493	-1.4999219	-0.1677071	-0.1141301	-0.0178935
θ_6/rad	-1.4596418	0.3897093	-0.2002787	-0.0659845	-0.2493325
θ_7/rad	0.0251347	0.2424345	0.1862279	0.6613974	-1.5954783

表 4 不同算法逆解值对应的位姿误差

Tab. 4 Positional errors corresponding to inverse solution values of different algorithms

算法名称	$n_x - n'_x$	$n_y - n'_y$	$o_x - o'_x$	$o_y - o'_y$	$p_x - p'_x$	$p_y - p'_y$
IPSO2	-4.44089×10^{-16}	0	0	4.44089×10^{-16}	0	0
IPSO1	-4.44089×10^{-15}	7.993610×10^{-15}	7.993610×10^{-15}	-4.44089×10^{-15}	$-4.085620 \times 10^{-14}$	-4.543990×10^{-7}
PSOd	-2.23664×10^{-7}	3.873984×10^{-7}	-3.873984×10^{-7}	-2.23664×10^{-7}	4.878810×10^{-1}	1.419990×10^0
PSOTD	1.31266×10^{-11}	$-2.273610 \times 10^{-11}$	2.273610×10^{-11}	1.31266×10^{-11}	-1.881520×10^{-1}	-1.591970×10^{-1}
PSO	-6.07647×10^{-10}	1.052480×10^{-9}	-1.052480×10^{-9}	-6.07647×10^{-10}	7.889427×10^{-1}	6.897152×10^{-1}

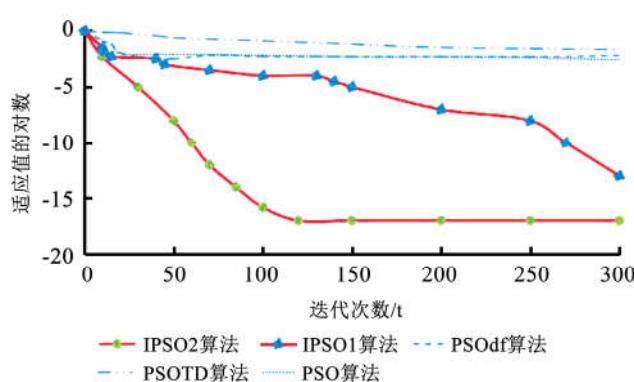


图 2 不同算法的适应度收敛曲线

Fig. 2 Convergence curves for the adaptation of different algorithms

通过表 2、表 3 可知, 不同算法在获得最差适应值时, 其冗余机械臂末端执行器实际位姿误差相差较大。其中 IPSO2 算法在最差适应值的状态下冗余机械臂末端执行器与设定位姿误差相差非常接近。IPSO1 算法在最差适应度中的数据明显优于传统 PSO、PSOTD 及 PSOd 算法, 虽然收敛精度及位姿误差相较于其他算法更为优秀, 但实际位置精度相较于 IPSO2 算法仍有差距。

综上所述, 在逆运动学问题最优解的搜索过程中, IPSO2 算法整体的收敛速度、收敛精度、位姿误差优于其他算法。

3.2 冗余机械臂逆运动学求解

为了验证 IPSO2 算法在冗余机械臂逆运动学求解中的准确性及可靠性,将 IPSO 算法应用于 PUMA 型机器人,使用 IPSO2 算法优化冗余机械臂末端执行机构的期望位姿,构造的目标函数为:

$$f(X^*) = \min \left((\lambda |p_x^* - p_x| + |p_y^* - p_y| + |p_z^* - p_z|) + \left(|n_x^* - n_x| + |n_y^* - n_y| + |n_z^* - n_z| + \right. \right. \\ \left. \left. |o_x^* - o_x| + |o_y^* - o_y| + |o_z^* - o_z| + \right. \right. \\ \left. \left. |a_x^* - a_x| + |a_y^* - a_y| + |a_z^* - a_z| \right) \right) \quad (13)$$

$${}^0_7 T^* = \begin{bmatrix} -0.4294 & -0.3634 & 0.8268 & 16.0541 \\ 0.8451 & 0.1611 & 0.5098 & 66.8595 \\ -0.3184 & 0.9176 & 0.2379 & 24.1491 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

IPSO2 算法种群数量为 100,最大迭代次数为 700,其中的随机调节因子 $\lambda = 0.015$,对此算法进行 100 次仿真实验,对试验数据进行收集统计,包括最优、最差及平均适应值、标准差及最优解成功率。其中最优解成功率的计算方法为 $\frac{f(X_i) \leq 9.999999 \times 10^{-6} \text{ 次数}}{\text{试验总数}} \times 100\%$,

获得的适应度值为 3.586020×10^{-16} 、 1.649596 、 3.584339×10^{-1} 、 4.482114×10^{-1} 、 32% 。在求得最优解时,冗余机械臂末端执行机构对应的位姿误差如表 5 所示。IPSO2 算法在进行理论的逆运动学求解过程中,其位置精度、位姿精度相较于其他算法优势明显,但在实际的 PUMA 型机器人运动学逆解过程中整体质量略有下降,而位姿误差可保持在 10^{-15} 数量级,对运动学逆解过程具有使用价值。

表 5 PUMA 型机器人最优解对应的位姿误差

Tab. 5 Position error corresponding to the optimal solution of the PUMA-type robot

IPSO 算法	
$n_x^* - n_x$	$-5.5511151231 \times 10^{-17}$
$n_y^* - n_y$	0
$n_z^* - n_z$	$5.5511151231 \times 10^{-17}$
$o_x^* - o_x$	$5.5511151231 \times 10^{-17}$
$o_y^* - o_y$	$-8.3266726847 \times 10^{-17}$
$o_z^* - o_z$	0
$a_x^* - a_x$	0
$a_y^* - a_y$	0
$a_z^* - a_z$	$-5.5511151231 \times 10^{-17}$
$p_x^* - p_x$	$-3.5527136788 \times 10^{-15}$
$p_y^* - p_y$	0
$p_z^* - p_z$	0

4 结论

为增强搜索过程中局部的深度搜索,提高收敛精度及收敛速度,采用差分变异思想理念改进 PSO 算法,形成 IPSO2 算法,相较于其他粒子群优化算法,算法进化流程简单高效,方便实用。对冗余机械臂进行正运动学 D-H 参数构造,通过矩阵转换获得冗余机械臂末端执行器的实际坐标位置,构造最小位姿误差及最优适应值的优化目标函数,使用 IPSO2 算法进行逆运动学问题求解。以 PUMA 型机器人为试验对象,验证 IPDO2 算法的可靠性及稳定性。通过仿真实验可知,IPSO2 算法在冗余机械臂的逆运动学问题求解过程中具有良好的使用效果,最优解的位姿误差保持在 10^{-15} 数量级,收敛精度及收敛速度与设定位姿相差不大。

参考文献:

- [1] 冷舒,吴克,居鹤华. 机械臂运动学建模及解算方法综述[J]. 宇航学报,2019,40(11):1262–1273.
- [2] 同文彬,孙雷. 一种七自由度冗余机械臂的逆运动学优化算法[J]. 系统科学与数学,2015,35(07):823–837.
- [3] 林阳,赵欢,丁汉. 基于多群遗传算法的一般机器人逆运动学求解[J]. 机械工程学报,2017,53(03):1–8.
- [4] Momani S, Abo-hammour ZS, Alsmadi OMK. Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms[J]. Applied Mathematics & Information Sciences,2016,10(01):1–9.
- [5] Tang Y, Wang Z, Fang J. Parameters identification of unknown delayed genetic regulatory network by a switching particles warm optimization algorithm[J]. Expert Systems with Applications,2011,38:2523–2535.
- [6] Collinstm TJ, Shen WM. Particle swarm optimization for high-DOF inverse kinematics [C]//Proceedings of the 2017 3rd International Conference on Control, Automation and Robotics(ICCAR),2017.
- [7] Sancaktar I, Tuna B, Ulutas M. Inverse kinematics application on medical robot using adapted PSO method[J]. Engineering Science and Technology,2018,21:1006–1010.
- [8] 谢习华,范诗萌,周烜亦,等. 基于改进差分进化算法的机械臂运动学逆解[J]. 机器人,2019,41(01):50–57.
- [9] 阳珍,侯力,罗岚,等. 基于组合优化算法的 6R 机器人逆运动学求解[J]. 中国机械工程,2021,32(10):1222–1232.
- [10] Elsherbiny A, Elhosseini MA, Haikal AY. A new ABC variant for solving inverse kinematics problem in 5 DOF robot arm[J]. Applied Soft Computing Journal,2018,73:24–38.
- [11] 赵京,龚世秋,张自强. 7 自由度拟人臂仿人运动的逆运动学解析解[J]. 机械工程学报,2018,54(21):25–32.
- [12] 石建平. 基于粒子群优化算法的冗余机械臂运动学逆解[J]. 贵阳学院学报(自然科学版),2020,1(03):48–52.
- [13] 田东平. 混沌粒子群优化算法研究[J]. 计算机工程与应用,2013,49(17):43–46.
- [14] 张淑珍,甄晶博,李春玲,等. 基于改进 PSO-RBF 的冗余机械臂逆运动学求解[J]. 机械设计与制造工程,2020,49(07):25–29.
- [15] 石建平,李培生,刘国平,等. 基于改进粒子群优化算法的混沌系统参数估计[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2018,46(09):70–76.